DEL ESTADIO DE LAS OPERACIONES CONCRETAS AL DE LAS FORMALES EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Freddy Rojas V.*
frojas@usb.ve
(USB)
Deninse Farías**
dfarias@usb.ve
(USB)

Recibido: 19/01/ 2015 **Aprobado: 06/07/2015**

RESUMEN

La enseñanza de la matemática requiere de atención continua en todos los niveles de la educación formal. Esta investigación estuvo orientada a verificar si los docentes de matemática podrían mejorar sus estrategias a través de guías adecuadas. La experiencia se llevó a cabo con preadolescentes de dos instituciones. Se seleccionó una muestra de 144 estudiantes, distribuidos en grupos experimentales y control. Después de verificar sus niveles de conocimiento, se les administró un conjunto de actividades al grupo experimental, en una guía especialmente diseñada bajo postulados ausubelianos. Se consideraron los estadios de desarrollo de los participantes. Los resultados expresaron un nivel significativo de aprendizaje superior en los usuarios de la guía. Las conclusiones destacan la importancia de diseñar actividades que estén asociadas con los niveles de desarrollo de los estudiantes en esas edades.

Palabras clave: aprendizaje significativo; estrategias de enseñanza; matemática; preadolescentes.

* **Freddy Rojas**. Doctor en Educación. Master in Curriculum and Instruction. Departamento de Ciencia y Tecnología del Comportamiento (USB). PEII. Áreas de investigación: Procesos de aprendizaje; TIC y educación. **Universidad de Adscripción**: Universidad "Simón Bolívar" (USB).

** **Deninse Farías**. Magister en Ciencias de la Educación (USM). Estudiante del Doctorado en Ciencias Sociales y Humanidades (USB). Líneas de investigación: didáctica de las matemáticas, pedagogía, participación social. **Universidad de Adscripción**: Universidad "Simón Bolívar" (USB).

FROM THE STADIUM OF CONCRETE OPERATIONS TO THE FORMAL IN THE TEACHING OF THE MATHEMATICS

SUMMARY

The teaching of mathematics requires continuous attention at all levels of formal education. This research was aimed at verifying if mathematics teachers could improve their strategies through appropriate guides. The experience was carried out with preteen from two institutions. A sample of 144 students was selected, distributed in experimental and control groups. After verifying their levels of knowledge, a set of activities was administered to the experimental group, in a guide specially designed under the tenets of Ausubel. The stages of development of the participants were considered. The results expressed a significant level of superior learning in the users of the guide. The findings highlight the importance of designing activities that are associated with the developmental levels of students at those ages.

Key words: meaningful learning; Teaching strategies; math; Preteens.

STADIUM DES OPÉRATIONS SPÉCIFIQUES AL DE FORMELLE D'ENSEIGNEMENT EN MATHÉMATIQUES

RÉSUMÉ

L'enseignement des mathématiques nécessite une attention permanente à tous les niveaux de l'éducation formelle. Cette recherche visait à vérifier si les professeurs de mathématiques pourraient améliorer leurs stratégies grâce à des lignes directrices appropriées. L'expérience a été réalisée avec les préadolescents deux institutions. un échantillon de 144 élèves, répartis en groupes expérimentaux et de contrôle ont été sélectionnés. Après avoir vérifié leurs niveaux de connaissance, il a été donné un ensemble d'activités du groupe expérimental, dans un guide spécialement conçu en conformité avec les principes de Ausubel. Stades de développement des participants ont été pris en considération. Les résultats ont exprimé un niveau significatif d'enseignement supérieur dans le guide de l'utilisateur. Les résultats mettent en évidence l'importance de concevoir des activités qui sont associées aux niveaux de développement des élèves de ce groupe d'âge.

Mots-clés: apprentissage significatif; stratégies d'enseignement; mathématiques; préadolescentss.

DO ESTÁDIO DAS OPERAÇÕES CONCRETAS AO DAS FORMAIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

RESUMO

O ensino da matemática requer de atenção contínua em todos os níveis da educação formal. Esta investigação esteve orientada a verificar se os docentes de matemática poderiam melhorar suas estratégias através de guias adequadas. A experiência levou-se a cabo com preadolescentes de duas instituições. Seleccionou-se uma mostra de 144 estudantes, distribuídos em grupos experimentais e controle. Após verificar seus níveis de conhecimento, administrou-se-lhe um conjunto de actividades ao grupo experimental, numa guia especialmente desenhada baixo postulados ausubelianos. Consideraram-se os estádios de desenvolvimento dos participantes. As conclusões destacam a importância de desenhar actividades que estejam associadas com os níveis de desenvolvimento dos estudantes nessas idades.

Palavras-chave: aprendizagem significativa; estratégias de ensino; matemática; preadolescentes.

“Enseñar exige respeto a los saberes de los educandos.
Enseñar exige respeto a la autonomía del ser del educando
Enseñar exige seguridad, capacidad profesional y generosidad.
Enseñar exige saber escuchar”.
Paulo Freire

Introducción

La dinámica educativa ha tenido cambios significativos en la educación venezolana, ejemplo de esto fue la promulgación de una nueva Ley de Educación Venezolana en el año 2009, en la que se reestructuró el sistema educativo en un conjunto orgánico y ordenado de ciclos, conformado por subsistemas, niveles y modalidades, de acuerdo con las etapas del desarrollo humano. Uno de estos subsistemas es el de Educación Básica, organizado en tres niveles: Educación Inicial, Primaria y Media (General y Técnica).

Cada uno de estos ciclos de formación están constituidos en áreas de conocimientos fundamentales que no han cambiado en el tiempo, las cuales forman parte de las distintas etapas de la educación formal, tal es el caso de la matemática. Esta asignatura, ubicada en todos estos niveles, ha sido considerada “como un punto crucial del que se desprende las problemáticas del rendimiento estudiantil y de las didácticas metodológicas asumidas por los docentes, generadoras de desinterés y de rechazo por parte del alumnado” (González, 1996, p. 28). Algunas investigaciones educativas centran su atención en el estudio de este fenómeno de aprendizaje, pues muchas de las dificultades que se generan en los procesos de adquisición del conocimiento matemático tienen que ver con quienes conducen esta enseñanza (Farías y Rojas, 2011).

La falta de motivación estudiantil hacia dicha área de conocimiento conduce a que haya en la actualidad menos interesados en estudiar esta asignatura en todos los niveles y, en particular, el superior. El fenómeno se complica cuando se observa que cada vez se encuentran menos profesores calificados para dictar la asignatura. Según Farías y Rojas (2011): “ante esta situación se ofrecen mecanismos de cambios, pero no se han realizado mejoras significativas” (p. 53).

Una de las posibles soluciones asequibles -que podrían contribuir a dar respuesta a esta situación- es la incorporación de nuevas estrategias, entre ellas, la elaboración de guías pedagógicas prácticas que faciliten su aprendizaje y motiven a los estudiantes a incursionar en el atractivo mundo de la matemática.

La investigación que se presenta estudió una propuesta didáctica con esta orientación. A partir de guías prácticas de estudio sobre contenidos conformados por números enteros, potenciación y números racionales, entre otros, bajo principios ausubelinos, se elaboraron estrategias de enseñanza orientadas al logro del aprendizaje significativo. La experiencia se llevó a cabo con estudiantes pre-adolescentes, del primer año de educación Media General. La idea fue mejorar la comprensión de contenidos matemáticos básicos, que permitiera incrementar los conocimientos y estimular la motivación, no solo durante su estancia en el recinto escolar, sino también para toda la vida.

Sustentación teórica

El diseño de estos instrumentos de trabajo se llevó a cabo tratando de incorporar algunas ideas sustentadas en postulados de la teoría sobre el

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital): 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. *30*(2), 2015 pp. 57-75

Aprendizaje Significativo, propuesto por Ausubel (1976). A través del proceso de aprendizaje humano se van incorporando conceptos o enriqueciendo los ya existentes, en la estructura cognoscitiva de la persona. Esta dinámica construye un andamiaje o esquema que se hace cada vez más complejo y permanente. Es en este proceso donde surge el aprendizaje significativo que, según Ausubel, comprende la adquisición de nuevas nociones con significado. De acuerdo con la teoría de los esquemas (Rumelhart, 1980), estas estructuras contienen significados de conceptos, situaciones, patrones de organización, que son recuperables cuando la necesidad lo requiere. Normalmente son almacenadas en la Memoria Largo Plazo (MLP) y contribuyen con la codificación de los conocimientos. En tal sentido "la esencia del proceso del aprendizaje significativo reside en que las ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario, sino sustancial con… algún aspecto esencial de su estructura de ideas" (Ausubel, 1990), ubicada en la MLP.

Moreira (2000) destaca que "la presencia de ideas, conceptos o proposiciones inclusivas, claras y disponibles en la mente del aprendiz es lo que dota de significado a ese nuevo contenido en interacción con el mismo" (p. 2). Pero no se trata de una simple unión, sino que en este proceso los nuevos contenidos adquieren significado para el sujeto, produciéndose una transformación de los subsumidores de su estructura cognitiva, que resultan así progresivamente más diferenciados, elaborados y estables.

La escuela de hoy tiende a centrar el aprendizaje en el uso de la memoria de manera mecánica, transformando el aprendizaje matemático en un conocimiento repetitivo, sin sentido para el usuario (Farías y Rojas, 2011). Al respecto, Ausubel destaca que "solo habrá aprendizaje significativo cuando lo que se trata de aprender se logra relacionando de forma sustantiva y no arbitraria con lo que ya conoce quien aprende, es decir, con aspectos relevantes y preexistentes de su estructura cognitiva" (Ausubel, 1990). Esto ocurre en matemática donde la memorización no puede ser mecánica. Según Boggino (1998): "el hecho de favorecer la mecanización no solo no permite realizar aprendizajes significativos y genuinos sino que puede obturar el proceso de conocimiento, al negar la posibilidad de asimilar significados" (p. 35). Por esta razón, algunos profesores ven con cierta preocupación que los estudiantes responden de manera repetitiva o memorística, en uno o varios contenidos potencialmente significativos. Destaca que, para que el aprendizaje significativo sea posible, deben darse las siguientes condiciones:

- Que el material que se ofrece como objeto de conocimiento (significatividad lógica) tenga coherencia interna.
- Que exista la posibilidad de comprensión de los contenidos curriculares desde las estructuras cognoscitivas de quien aprende (significatividad psicológica).
- Que exista una disposición favorable de los alumnos con respecto a los aprendizajes.
- Que los contenidos sean socialmente significativos.

Es importante entender cómo ocurre el aprendizaje en los estudiantes. Para Ausubel (1976), en el proceso se distinguen inicialmente el aprendizaje de *representaciones*, que se ocupa de las palabras o representación simbólica de los objetos, su definición, su especificidad. Como una extensión surge el aprendizaje de *proposiciones*, de las ideas expresadas por un grupo de palabras, la captación del significado de nuevas ideas: "así pues, el aprendizaje de representaciones es básico, o condición necesaria, para el verdadero aprendizaje de proposiciones cuando éstas se expresan verbalmente" (*op. cit.*, p. 62). Continúa el aprendizaje de conceptos, el cual difiere de *proposiciones* que son "atributos de criterio de un nuevo concepto (que) se relacionan con (la) estructura cognoscitiva, para producir un significado genérico pero unitario, mientras… la proposición nueva o idea compuesta se relaciona con la estructura cognoscitiva para producir un significado compuesto" (*op. cit.*, p. 63).

Otra propuesta descrita por Ausubel (1976) es el aprendizaje por descubrimiento. Se sustenta inicialmente en el preposicional, pero difiere de éste en que lo que se va a aprender lo descubre el propio aprendiz y genera nuevas proposiciones que dan respuestas al problema que se le presenta. La generación la transforma en una proposición de sustrato, la cual puede ser un planteamiento de problema o una proposición de antecedentes del problema. La primera, conduce al aprendizaje por descubrimiento: "así, en el aprendizaje por descubrimiento significativo el alumno relaciona intencionada y sustancialmente proposiciones de planteamiento del problema con su estructura cognoscitivo para transformarlas en nuevas proposiciones de solución de problemas que sean potencialmente significativas para él" (pp. 75-76).

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital): 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. 30(2), 2015 pp. 57-75

La enseñanza de conceptos está muy ligada a la teoría de la asimilación ausubeliana, porque tiene que ver con la comprensión y resolución de problemas. Dependen en gran parte de la disponibilidad en la estructura cognoscitiva del estudiante, tanto para conceptos supraordinados y subordinados.

Estos significados son atributos de criterios abstractos los cuales son comunes a una categoría la cual puede ser un objeto, evento o fenómenos. Skemp (1993) ilustra el modo en que se aprenden conceptos con el ejemplo de un adulto nacido ciego y que mediante una operación logra el sentido de la vista. Enfatiza que no existe modo alguno de enseñar (y aprender) el concepto de rectángulo por medio de una definición; solamente señalando objetos con esa forma, el sujeto aprenderá por sí mismo la propiedad que es común a ese objeto. Sostiene que el aprendizaje de conceptos también se logra con no-ejemplos o el contra ejemplo; así, los objetos, las formas y las figuras que contrastan con la idea de rectángulo ayudarían a aclarar el concepto. Los estudiantes no siempre aprenden los conceptos por definiciones. Algunas ideas o conceptos pueden ser más abstractos que otros y por lo tanto más difíciles. Skemp (*op. cit.*) indica al respecto que hay conceptos mucho más difíciles de lo que se ha creído, como también los hay de naturaleza fácil. Por ello, es importante tener esto presente cuando se trata sobre ideas matemáticas abstractas.

Hay otro aspecto importante que se debe tener presente al elaborar un material didáctico: la audiencia a quien va dirigido el contenido seleccionado. Es interesante destacar la importancia que asigna Piaget (1976) al cambio que ocurre en lo que denomina el estadio de las *operaciones concretas* al estadio de las *operaciones formales*. Aunque la edad, establecida por Piaget, no es exacta para cada ambiente sociocultural, es indudable que para la cultura occidental podría aceptarse como un rango adecuado. En el caso de la transición entre estos dos estadios, ubica al *concreto* entre siete y once años y el de las *formales* entre los once y quince. Las operaciones que llevan a cabo los niños en el estadio *concreto* se denominan cuasi sistemáticas ya que muchas veces no recuerdan el orden en que comprueban las soluciones a los problemas. Se destacan como características el logro de la seriación, la lógica de la inclusión, la noción de conservación de sustancias y las operaciones concretas con objetos. En la maduración cognitiva hacia las operaciones *formales*, estadio final en el ser humano, según Piaget (1973), ocurre un proceso de transferencia en la resolución de problemas, es decir, se inicia una etapa de generalización, de abstracción hipotética, que es capaz de transferir a situaciones problemáticas similares. Aparece el razonamiento hipotético-deductivo, la lógica algebraica, combinaciones de operaciones, entre otros elementos del desarrollo cognitivo.

Estrategias en la enseñanza de la Matemática

El concepto de estrategias se orienta hacia las secuencias integradas de procedimientos o recursos utilizados por el formador con el propósito de desarrollar en los estudiantes capacidades para la adquisición, interpretación y procesamiento de la información, para su la utilización en la generación de nuevos conocimientos (Goñi, Corbalán, Giménez, López-Goñi, Llenares, Penalva, Planas, Valls y Vanegas, 2011). Esto ocurre de una manera reflexiva con el propósito de promover el aprendizaje significativo en las diversas áreas de estudio utilizando actividades en las cuales se desempeñan diariamente. Las estrategias deben ser diseñadas de modo que estimulen a los estudiantes a observar, analizar, opinar, formular hipótesis, buscar soluciones y descubrir el conocimiento por sí mismos.

Díaz y Hernández (2003) hacen una primera clasificación de las estrategias de enseñanza, basándose en su momento de uso y presentación. Destacan que al inicio de proceso de enseñanza se ubican las estrategias *preinstruccionales*, que preparan al estudiante ante el qué y cómo va a aprender. Se continúa luego con las *coinstruccionales*, en las que se expone el contenido del tema en cuestión y se procura el mantenimiento de la atención y motivación. Finalmente, las posinstruccionales donde se intenta que el alumno integre lo aprendido y valore su aprendizaje.

Cuando se entra en la didáctica de la enseñanza en el área de matemáticas se deben seleccionar los criterios para las actividades que se llevarán a cabo (Barberà, 1995). En primer lugar, tomar en cuenta los contenidos; luego, adaptar estrategias generales que contribuyan con el desarrollo cognitivo de los alumnos; finalmente, analizar las actividades matemáticas de aprendizaje, así como las de evaluaciones. Borges (2001) plantea otras recomendaciones para el aprendizaje significativo en matemática:

- Utilizar en el lenguaje habitual del aula un vocabulario matemático.
- Dar una importancia vital al concepto de igualdad y a la utilización de su representación simbólica "=" en todas las ocasiones en que se pueda.

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital): 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. 30(2), 2015 pp. 57-75

- Sustituir el término “por”, al introducir la multiplicación, por el término “veces”.
- Medir mucho y medir todo.
- Practicar con frecuencia el cálculo mental.
- Utilizar propuestas didácticas para resolver muchos problemas (siempre que sea posible, partiendo de situaciones cercanas a la realidad del alumno).

Metodología

En esta investigación se desarrolló un estudio ubicado en los cuasi experimentos. La población fue de 144 estudiantes de dos instituciones educativas ubicadas en el Este de la ciudad de Caracas. La mayoría pre-adolescentes, cuyas edades oscilaron entre 9 y 12 años. En la experiencia participó toda la población ya que constituían un grupo natural, cuatro secciones de grupos intactos conformada por 144 estudiantes, dos de ellas constituyeron el grupo experimental y las otras dos el control, todos ubicados en el primer año de Educación Media General.

Para observar el nivel de conocimiento que tenían los estudiantes se les aplicó una prueba al inicio del año escolar (pretest), con la intención de tener una visión previa de ambos grupos. El diseño de la prueba diagnóstica se organizó con 20 preguntas concernientes a tópicos que debían dominar en esa etapa; fundamentalmente aspectos relacionados con suma de fracciones (números racionales), suma de números enteros, potenciación, despejes sencillos de ecuaciones y problemas de ese nivel. El estudiante debía colocar en una hoja de respuesta la solución correcta en cuatro opciones de respuesta. El tiempo de aplicación fue de 90 minutos.

Una vez elaborada la primera versión de la prueba, se sometió a una validación de expertos: profesores de matemática de ese nivel. Corregidas las observaciones pertinentes, se procedió a calcular la confiabilidad por el método a mitades divididas (Gronlund, 1973). Aplicada la fórmula de Spearmann-Brown para dicho cálculo se obtuvo un coeficiente de $\rho = 0{,}90$ lo cual expresa una alta confiabilidad de consistencia interna.

Posteriormente, se hizo una revisión exhaustiva, en guías prácticas y libros de textos, de los niveles de complejidad que se debía exigir a estos alumnos, y se observó que los contenidos que se enseñan se presentan de manera tradicional y se obvian las relaciones existentes entre tema y tema, así como sus aplicaciones en la vida real.

Después de la prueba diagnóstica se suministró la guía práctica* diseñada. Para realizar el monitoreo de las reacciones observadas en los estudiantes se llevó un registro escrito de éstas, utilizando la observación simple. En tal sentido, previamente, a través de ese proceso, se tomaron elementos claves que permitieran integrar los contenidos en el material instruccional. La guía se diseñó con criterios teórico-prácticos donde el estudiante podía recurrir a la teoría antes, durante y después de haber realizado el ejercicio. Se trató de un material instruccional de 138 páginas con gráficos e ilustraciones. Alguno de ellos con expresiones u objetos que conocían previamente, por ejemplo, días de la semana, nombre de estados venezolanos, medidas de objetos cotidianos, etc. La idea era asociar ese conocimiento con conceptos numéricos y de cálculo. Al comenzar cada tema se contaba con las definiciones necesarias, con ejemplos ilustrativos, para que el alumno comprendiera lo que trataba cada contenido. Para respaldar o llamar la atención del estudiante y motivarlo, se le puso, en recuadros a la izquierda, información importante sobre la historia de las matemáticas, curiosidades o acertijos, en más de la mitad de las páginas de la guía, de forma colorida y atractiva. Esta información fue una selección cuidadosa de temas tomados de diferentes fuentes bibliográficas, hemerográficas e Internet.

Después de terminar las definiciones se pasó a las actividades propuestas, diseñadas con diferentes grados de complejidad: desde ejercicios sencillos a otros más difíciles, para ir afianzando los conocimientos y estimulando la curiosidad. En tal sentido, se incorporaron estrategias *pre-instruccionales* para preparar al estudiante ante lo que iba a aprender; *co-instruccionales* en las que se enfatizaron los aspectos relacionados con la atención y la motivación; y *pos-instruccionales*, con las que se intentó que el alumno integrara lo aprendido y valorara su aprendizaje.

* https://drive.google.com/file/d/0B5oemz-fkeFhc0VkNHBhVTBjM2s/view

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital): 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. 30(2), 2015 pp. 57-75

También en las actividades propuestas hay algunos ejercicios prácticos en forma de juegos. Estos fueron diseñados con la finalidad de motivar, promover, distraer y estimular en el estudiante el gusto por el estudio de la matemática. Los ejercicios se organizaron como actividades novedosas de la guía. De esta manera se trató de ajustar a los principios del aprendizaje por descubrimiento que, según Ausubel (1976), "es el aprendizaje en donde el estudiante lo que va a aprender lo descubre el propio aprendiz y genera nuevas proposiciones que dan respuestas al problema que se le presenta" (p. 10). Además, se apoyaron las ideas de Borges (2001) quien enfatiza que se deben utilizar propuestas didácticas para resolver muchos problemas (siempre que sea posible, partiendo de situaciones cercanas a la realidad del alumno). La figura 1 presenta uno de estos ejercicios.

7.- Para multiplicar 123 por 48 los antiguos árabes procedían así:
¿puedes indicar la regla?
Efectúa los siguientes productos usando el método árabe:

a. (73).(28)
b. (-15).(-69)

	4	8	
3	1 2	2 4	4
2	0 8	1 6	0
1	4	8	9

Figura 1. **Ejemplo de ejercicios de la guía (Cenamec, 1995)**

En la Figura 2 se presentan algunos de los diseños de los recuadros de la guía con curiosidades matemáticas, acertijos o charadas, la idea era incentivar a los estudiantes temas de la vida real que tiene solución en el mundo matemático.

¡Piensa!
En una plaza hay 8 árboles distribuidos uniformemente a cada lado ¿Cuántos árboles tendrá a su alrededor?
Respuesta: uno en cada esquina que suman 4 y 6 entre las esquinas que suman 10, entonces en total hay 18 árboles.

¡Piensa!
Juan y Pedro hacen apuestas mutuas. Inicialmente entre ambos tenían 1000 bs. Y al perder Juan un medio de lo que tenía y luego un medio a lo anterior iguala a lo que tenía Pedro al comienzo. ¿Cuántos bolívares tenían Juan y Pedro, respectivamente, al comienzo del juego?

Curiosidades
matemáticas
Un sastre tiene una pieza de paño de 12 metros de longitud. Si cada día corta 2 metros, ¿en cuántos días terminará de cortar la pieza?
Respuesta: En 5 días puestos que el quinto corta los 4 últimos metros.

Figura 2. **Ejemplos de curiosidades matemáticas, acertijos o charadas incorporadas a la guía (Tahan, 2001; Suárez, 2005)**

Además, para conocer si el aprendizaje del estudiante había sido adecuado en los temas propuestos, al finalizar cada uno de los tópicos se presentaba un examen corto, que incluía preguntas relacionadas con los aspectos tratados. La idea era formativa, que le permitiera al estudiante verificar su aprendizaje. En la figura 3 se presenta un ejemplo.

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital): 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. *30*(2), 2015 pp. 57-75

EXAMEN CORTO

1.- Los restos de un naufragio se encuentran 100m bajo el nivel del mar. Si un buzo se encuentra sumergido a una profundidad de 70m, ¿Cuántos m más ha de descender para llegar al naufragio? Expresa con enteros negativos las cantidades según correspondan en el problema.

2. Ordena de mayor a menor cada suma.

a. $|-3|+|-12|$; $|(+4)+(-2)|$; $(-6)+(-4)$; $|-6|+(-5)$

b. (-47) + 8 - (-56); (-63) – (-568); (-54) + (-68)

3.- Completa el siguiente cuadro.

a	b	c	d	(a+b)–(c- d)	(a-b) + (c + d)	(a + c)
-3	-3	-5	0			
2	10	-9	-6			
-10	20	3	-8			
-11	-4	-5	-7			
2	-6	2	-3			
20	0	1	2			

4.- Efectúa las siguientes sumas algebraicas.

a. 35 – 6 + 4 – 2 – 10 + 6 + 35 + 25 + 45 + 46
b. 100 – 25 + 65 + 87 – 89 -74 – 120
c. -300 -56 – 89 – 47 – 75 – 46 – 36

Figura 3. **Ejemplo de examen corto (Fuente: Guía de estudio; Brett y Suárez, 1999; Equipo Pedagógico, 1995; Júpiter, 1994).**

Culminada la etapa experimental, se procedió a medir el conocimiento adquirido por los dos grupos a lo largo del período de estudio. Se aplicó el post-test y se analizaron los resultados obtenidos. El registro de las observaciones constituyó un aporte importante para el análisis de los resultados.

Resultados y análisis

Una vez aplicadas las pruebas, se procesaron los datos para realizar un análisis descriptivo e inferencial. El cuadro 1 presenta la información correspondiente a los resultados descriptivos.

Cuadro 1
Descriptivos de los grupos control y experimental

Grupos	N	Pretest		Postest	
		Media	DE	Media	DE
Control	72	4,6	2,22	11,97	3,40
Experimental	72	5,27	1,80	13,31	3,86

Es interesante observa que, a pesar de que el pretest trató sobre temas asociados a conocimientos que debían dominar los estudiantes, los resultados fueron poco satisfactorios. Eso podría atribuirse a la situación descrita sobre el aprendizaje memorístico o mecanicista de los niños en esas edades o, de acuerdo con Piaget, muchas veces no recuerdan el orden en que comprueban las soluciones a los problemas.

Los resultados del postest arrojaron que los grupos lograron efectos satisfactorios. En general, la ganancia obtenida en ambos grupos pareciera ser atribuida a las actividades diarias del curso. No obstante, la media del postest del experimental fue mayor. Es importante destacar que el grupo control se limitó a las actividades con estrategias expositivas regulares durante el curso, en cambio el experimental centro sus estrategias de aprendizaje en la guía. El incremento en el postest del grupo experimental fue mayor (1,34 puntos). Se puede inferir que esto ocurrió por el conocimiento adquirido en las actividades aplicadas en las clases regulares. En el caso del experimental, podría atribuirse a las actividades con *aprendizajes significativos y genuinos* (Boggino, 1998), logrados a través de la guía. Las actividades utilizadas por el docente con el material instruccional favorecieron algunas de las estrategias cognitivas en los estudiantes, posiblemente, los que se ubicaron en las operaciones formales lograron un mayor aprovechamiento de la guía en los aspectos correspondientes.

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital): 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. 30(2), 2015 pp. 57-75

Para verificar si los conocimientos previos al inicio eran equivalentes (grupos homogéneos), si al final del año escolar obtuvieron ganancias significativas y si, además, esa significatividad fue diferente entre los grupos al finalizar el curso, se procedió al análisis de las medias correspondientes (cuadro 2).

Cuadro 2
Diferencia de medias entre los grupos control y experimental (T student)

Pares	N	Prueba t	G. de L.	Niv. Sig.
Pre exp./ Pre control	72	1,423	71	0,161
Pre exp./ Post exp.	72	-15,528	71	0,000**
Pre control/ Post control	72	-14,917	54	0,000**
Post exp./Post control	72	3,521	71	0,001**

** p< 0,001

La primera información que se presenta expresa que los grupos eran homogéneos, es decir, no hay diferencias significativas entre ellos. Los dos grupos estaban en las mismas condiciones de acuerdo con los contenidos de la prueba diagnóstica que presentaron. Después de la administración del postest (ocho meses más adelante), el cálculo favoreció a ambos grupos ya que las diferencias entre pre y postest fueron significativas. Es evidente que una actividad de formación bien atendida favorecerá la asimilación y maduración conceptual en los estudiantes, indistintamente de las estrategias utilizadas en los temas exigidos en la prueba de cierre. Es de esperar que durante los 8 meses que estuvieron los estudiantes de ambos grupos trabajando con estrategias de aprendizajes para la resolución de problemas, en ese nivel, mejoraran en sus resultados, de ahí la ganancia media de los puntajes en ambos grupos (7,37 y 8,04 respectivamente). Sin embargo, la diferencia se ubicó en que las estrategias del grupo control se centraron en actividades planificadas previamente de manera convencional, en cambio la del experimental se centraron en la guía. En definitiva, para verificar la significatividad de este incremento, el análisis se orientó a comprobar si había diferencia entre esas ganancias. Para ello se llevó a cabo una comparación de medias entre los postest de los dos grupos.

Al comparar las medias de los postest también se observaronn diferencias significativas entre ellos ($p<0,001$), a favor del grupo experimental. De aquí se puede inferir que esos resultados puedan atribuirse al tipo de estrategias utilizadas, es probable que el acercamiento a aspectos de interés o de lo cotidiano haya contribuido al logro de estos efectos en los estudiantes. También es probable que la estructura de los problemas propuestos llegara con más claridad al grupo experimental cuando se tomaron en cuenta las actividades planificadas, en el que se consideraban las edades de los usuarios de la guía, ya que algunas de ellas ayudaban a transferir la estructura para la resolución de problemas a otros aspectos equivalentes. Es por ello que, en algunos de los participantes, se vio favorecido el paso de las actividades concretas a las formales.

Conclusiones

Es evidente, una vez más, que las dificultades existentes en la enseñanza de la matemática son superables con un estudio más riguroso sobre las estrategias que se utilizan en los materiales de apoyo. En este caso, la población estuvo conformada por niños y pre-adolescente entre nueve y doce años, socio-culturalmente estaban en la etapa de transición de los dos estadios piagetanos descritos, por ello, el material instruccional debía adaptarse a esta situación. Guías bien elaboradas para niños y pre-adolescentes pueden favorecer y ser estimulantes si el sentido de lo aprendido tiene un significado para ellos. Uno de los aspectos interesantes de esta guía fue la incorporación de hechos cotidianos a las estrategias, con la idea de asociar el conocimiento con los conceptos numéricos como, por ejemplo, la medida de objetos habituales y, al mismo tiempo, interesar a los estudiantes con la ilustración de anécdotas históricas de las matemáticas o curiosidades y acertijos.

El resultado obtenido en la prueba diagnóstica expresó la realidad sobre las deficiencias que traen los estudiantes sobre conocimientos básicos de la matemática: se trata de contenidos concatenados que no logran consolidarse en los niveles educativos previos por la forma en que fueron aprendidos. En el análisis preliminar de las estrategias de enseñanza, en ambas instituciones, se observó una educación tradicional, repetitiva y con poco sentido para cada estudiante. No obstante, una planificación bien estructurada, que tome en cuenta los aspectos que se han señalado, podría contribuir a minimizar estas deficiencias y favorecer la motivación hacia el aprendizaje de los conceptos matemáticos.

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital): 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. *30*(2), 2015 pp. 57-75

Una revisión previa de los materiales educativos en el ámbito editorial alertó a los investigadores sobre la orientación de lo que se ofrece. En tal sentido, es necesario verificar los niveles de complejidad para que se escoja una gradación adecuada de ejercicios que permita enriquecer el desarrollo cognitivo y estimule el interés de los estudiantes cuando se les presente actividades de niveles elevados de complejidad y acepten ese reto para su ejecución.

La variedad de actividades como ejercicios, juegos, curiosidades, información relevante sobre hechos, transferencias de conceptos numéricos al entorno cotidiano contribuyen al acercamiento de estos estudiantes a la matemática. Se trata de una etapa de la vida donde la curiosidad y el descubrimiento de la naturaleza está en el despertar de cada uno.

Implicaciones pedagógicas

Una vez más se ofrece una posible respuesta a situaciones didácticas en la enseñanza de la matemática. Se trata de actividades sencillas, asequibles a los docentes que intentan despertar el interés en los adolescentes, cuyo crecimiento intelectual requiere de una atención especial por ese cambio cognitivo que se desarrolla en esas edades. El hacer fácil, divertido y significativo conceptos matemáticos fundamentales es el reto de todo educador de esta ciencia.

Referencias

Ausubel, D. (1976). *Psicología Educativa. Una perspectiva cognitiva.* México: Trillas.

Ausubel, D. (1990). *Psicología Educativa.* México: Trillas.

Barberá, E. (1995). Estrategias en matemáticas. *Cuadernos de Pedagogía, 237*, 29-32.

Boggino, N. (1998). *¿Problemas de aprendizaje o aprendizaje problemático? Estrategias didácticas para prevenir dificultades en el aprendizaje.* Buenos Aires: Homo Sapiens.

Borges, R.M. (2001). Algunas estrategias para facilitar el aprendizaje de las matemáticas. Números. *Revista de didáctica de las matemáticas, 45*, 53-60.

Brett, E. y Suárez, W. (1999). Actividades de matemática. Caracas: Distribuidora Escolar.

Cenamec. (1995). *Boletín multidisciplinario.* Caracas: Autor.

Díaz, A. y Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. México: McGraw-Hill.

Díaz, F. y Hernández, G. (2003). *Docentes del siglo XXI.* Bogotá: McGraw-Hill.

Equipo Pedagógico. (1995). *Matemática (guía teórica práctica).* Caracas: Sorbil.

Farías, D. y Rojas, F. (2011). Estrategias lúdicas para la enseñanza de la matemática en estudiantes que inician estudios superiores. *Informe de Investigaciones Educativas, 25*(1), 51-64.

Gómez, P. (1990). *Profesor no entiendo.* Mérida, Venezuela: Universidad de los Andes.

González, F. (1996). *Algunas ideas acerca de la enseñanza de la matemática en la escuela básica.* Caracas: UPEL.

González, F. (1997a). *La enseñanza de la matemática: proposiciones didácticas.* Caracas: FEDUPEL.

González, L. (2000). *Matemática 7º grado. Cuaderno de ejercicios. III etapa.* Caracas: Actualidad Escolar 2000.

González, M. (1999). Uso de medios en enseñanza de la matemática, *Agenda Académica, 6*(2), 55-62.

Goñi, J.M., Corbalán, F., Giménez, J., López-Goñi, I., Llenares, S., Penalva, M.C., Planas, N., Valls, J. y Vanegas, Y.M. (2011). *Didáctica de las matemáticas.* Barcelona, España: Ministerio de Educación/Grao

Gronlund, N. (1973). *Medición y evaluación de la enseñanza.* México: Pax-México.

Júpiter, F.Y. (1994). *Matemática 7o.* Caracas: CO-BO.

Moreira, M.A. (2000). *Aprendizagem significativa crítica.* [Documento en línea.] Ponencia presentada en el III Encuentro Internacional sobre Aprendizaje Significativo, Lisboa (Peniche). Disponible: https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigcritport.pdf [Consulta: 2014, Enero 11]

Piaget, J. (1973). *Génesis de las estructuras lógicas elementales.* Buenos Aires: Guadalupe.

Piaget, J. (1976). *El juicio y el racionamiento en el niño.* Buenos Aires: Guadalupe.

Rumelhart, D.E. (1980). Schemata: the building blocks of cognition. En R.J. Spiro (Edit.), *Theoretical Issues in Reading Comprehension.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

ISSN (impreso): 1316-0087 ISSN (digital): 2244-7474
Investigación y Postgrado, Vol. 30(2), 2015 pp. 57-75

Skemp, R. (1993). *Psicología del Aprendizaje de las Matemáticas.* Madrid: Morata.

Suárez, E. (2005). *Matemática 7º.* Caracas: Santillana.

Tahan, M. (2001). *El Hombre que calculaba* [Libro en línea]. Disponible: http://www.librosmaravillosos.com/hombrecalculaba/pdf/El%20Hombre%20que%20Calculaba%20-%20Malba%20Tahan.pdf [Consulta: 2015, Enero 14]